

1. Если $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + 2021 \cdot 2021! + 2022 \cdot 2022! = a! - b!$, то $ab = ?$

- A) 2020
- B) 2021
- C) 2022
- D) 2023
- E) 2024

2. Функция $f(x)$ определена на множестве действительных чисел. $f(2) = 5$ и $f(a + b) = f(a) + f(b) + ab$. $f(11) = ?$

- A) 33
- B) 44
- C) 55
- D) 66
- E) 77

3. Длина стороны правильного шестиугольника $ABCDEF$ равна 4 см. На стороне CD данного шестиугольника взята точка K , так что $DK = 1$. Найдите длину отрезка FK .

- A) 6 см
- B) $6\sqrt{2}$ см
- C) $6\sqrt{3}$ см
- D) 7 см
- E) $7\sqrt{2}$ см

4. Сколько нулей в конце числа $2022!$ (2022 факториал)?

- A) 504
- B) 503
- C) 500
- D) 484
- E) 404

5. Какой из вариантов ответа наиболее близок к действительному числу

$$a = \sqrt{2021 \cdot 2023}?$$

- A) 2020
- B) 2021
- C) 2022
- D) 2023
- E) 2024

6. Областью определения и множеством значений функции $f(x)$ являются действительные числа. Если $f\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} + 1$, то $f(64) = ?$

- A) 31
- B) 32
- C) 33
- D) 34
- E) 32,5

7. Дана окружность с диаметром XZ . На диаметре XZ взята точка Y так, что $XY = 7$ и $YZ = 1$. Перпендикуляр, опущенный из точки V на окружности, пересекает диаметр XZ в точке Y , а затем снова пересекает окружность в точке U . $VU = ?$

- A) $2\sqrt{7}$
- B) 7
- C) $\sqrt{7}$
- D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- E) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

8. Сколько чисел между 1 и 2023 делятся на 6 или 8, но не делятся на 9?

- A) 547
- B) 589
- C) 505
- D) 365
- E) 393

9. Найдите сумму четырехзначных чисел \overline{abcd} , удовлетворяющих условию $\overline{abcd} + a + b + c + \overline{cd} = 2050$. (Здесь двузначное число \overline{cd} является числом, образованным из последних двух цифр четырехзначного числа \overline{abcd})

- A) 3990
- B) 3980
- C) 3970
- D) 3960
- E) 3950

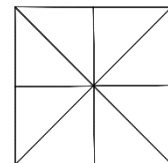
10. Если $x = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$, то вычислите значение выражения $\frac{x^4 - x^3 - 9x^2 - 5x + 5}{x^2 - 4x + 3}$.

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{3}{2}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) 2
- E) $\frac{5}{2}$

11. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 90^\circ$, AH – высота, CT – биссектриса. P – точка пересечения AH и CT . Если $CT = 18$ см и $\angle ABC = 30^\circ$, то $PH = ?$

- A) 4 см
- B) 4,5 см
- C) 5 см
- D) 5,5 см
- E) 9 см

12. На рисунке квадрат разделен на 8 треугольников. Сколькими способами можно закрасить 3 из этих треугольников, при условии что ни один из них не будет иметь общих сторон?

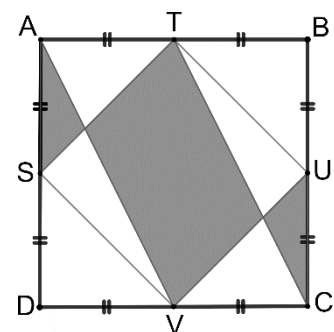


- A) 12
- B) 16
- C) 18
- D) 20
- E) 24

13. При скольких положительных целых чисел n (при $n \leq 2022$) число $\left\lfloor \frac{2020}{n} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2021}{n} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2022}{n} \right\rfloor$ не будет нацело делиться на 3?
- A) 10
 B) 11
 C) 12
 D) 13
 E) 14

14. Комплексное число $a \neq -1$ является корнем уравнения $x^3 + 1 = 0$.
 Найдите значения выражения $1 + 2a + 3a^2 + 4a^3 + 5a^4$.
- A) 3
 B) -6
 C) 4
 D) -3
 E) 5

15. Точки S, T, U, V являются серединами сторон квадрата. Длина стороны квадрата равна 12 см. Найдите площадь закрашенной части.
- A) 48 см^2
 B) 54 см^2
 C) 60 см^2
 D) 64 см^2
 E) 72 см^2



16. У трех братьев вместе 2022 цветных воздушных шара. Вначале у Асифа были только синие шары, у Васи́фа – только красные, а у Агаси́фа – только зеленые. Братья решили обменяться друг с другом воздушными шарами. При каждом обмене Асиф отдавал по 5 синих шара каждому из своих братьев, Васи́ф – по 7 красных, и Агаси́ф – по 11 зеленых. После нескольких обменов у Агаси́фа всего 400 воздушных шара, у Васи́фа всего 1082 воздушных шара, 602 из которых красные. Сколько воздушных шаров было у Асифа в начале?

- A) 540
- B) 480
- C) 360
- D) 300
- E) 150

17. Найдите последние 4 цифры числа N , если

$$N = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33 \dots 333}_{\text{в количестве 2022}} .$$

- A) 1616
- B) 9369
- C) 9696
- D) 3333
- E) 6969

18. Выразите через числа a и b число $c = \log_3 90$, если $a = \log_3 120$ и $b = \log_3 2$.

- A) $a - 2b - 1$
- B) $1 + a - b$
- C) $1 - a - 2b$
- D) $2 + a - b$
- E) $1 + a - 2b$

19. В треугольнике ABC точка D находится на стороне BC , а точка E взята на стороне AC так, что $BD = DE = AE$. Точка F является точкой пересечения AD и BE . Если $\angle C = 68^\circ$, то $\angle AFB = ?$

- A) 120°
- B) 122°
- C) 124°
- D) 126°
- E) 128°

20. На доске записали число 1. На каждом ходу, записанное на доске число, стирают и записывают новое, которое либо в два раза больше предыдущего, либо на одну единицу меньше предыдущего.

(Например: стерев 1 можно записать либо 2 (в два раза больше), либо 0 (на одну единицу меньше), также если на доске записано 5, то можно записать либо 10, либо 4)

Какое минимальное количество ходов потребуется чтобы на доске записать число 2022?

- A) 14
- B) 15
- C) 16
- D) 17
- E) 18

21. Обозначим через $P(n)$ произведение цифр положительного целого числа n , а через $S(n)$ – сумму цифр числа n . Для скольких чисел между 10 и 2022 верно равенство $P(n) + S(n) = n$?

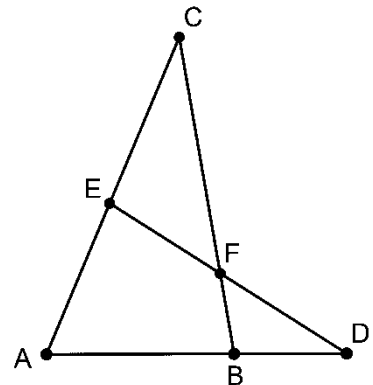
- A) 9
- B) 10
- C) 11
- D) 12
- E) 13

22. Действительные числа a, b, c удовлетворяют равенствам $a + b + c = 10$ и $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} = \frac{1}{2}$. Найдите значение выражения $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{a+c} + \frac{c^2}{a+b}$.

- A) 5
- B) 10
- C) 25
- D) 50
- E) 100

23. Дан треугольник ABC . На продолжении стороны AB за точку B отметили точку D . На стороне AC взята точка E так, что $\angle DBC = \angle DEC$. Точка F является точкой пересечения прямых DE и BC . $BF = 2$ см, $BD = 3$ см, $AE = 4$ см и $AB = 5$ см. $CF = ?$

- A) 4 см
- B) 5 см
- C) 6 см
- D) 7 см
- E) 8 см



24. Расположим положительные нечетные числа в порядке указанном в таблице:

	<i>столбец 1</i>	<i>столбец 2</i>	<i>столбец 3</i>	<i>столбец 4</i>	<i>столбец 5</i>	<i>столбец 6</i>	...
<i>строка 1</i>	1	3	11	13	29	31	...
<i>строка 2</i>	5	9	15	27	33	...	
<i>строка 3</i>	7	17	25	35	...		
<i>строка 4</i>	19	23	37	...			
<i>строка 5</i>	21	39	...				
<i>строка 6</i>	41	...					
...	...						

Мы можем определить в какой строке и в каком столбце находится каждое нечетное число.

Определите какое нечетное число находится в 102-ой строке и в 1-ом столбце.

- A) 10499
- B) 10501
- C) 10503
- D) 10505
- E) 10507

25. Какое число не может быть остатком от деления числа $3n^5 + 4n^4 - 7n^3 + 5n^2 - 4$ на число $n + 1$? (n – натуральное число)

- A) 0
- B) 2
- C) 4
- D) 5
- E) 9